

## Het Verbod

### *Over tegenspraken, paraconsistente logica en een uitgekomen voorspelling van een filosoof*

F.A. Muller



In zijn *Metafysica*, boek  $\Gamma$ , brengt Aristoteles een wijsgerig beginsel onder woorden dat hij “het meest onbetwifelbare en fundamentele” van alle beginselen achtte:

Het beginsel luidt dat hetzelfde attribuut niet tegelijkertijd en in hetzelfde opzicht wel en niet toegekend kan worden aan hetzelfde subject.

Meer in het algemeen luidt het (in goed Middeleeuws Latijn) *principium non contradictio- nis: geen enkele beweering en zijn ontkenning kunnen niet beide tegelijk waar zijn; iedere contradictie is onwaar*. Dit beginsel functioneert als een Verbod op Tegenspraken, zowel voor waarheidssprekers als voor leugenaars.

Op 11 September 1927 deed Niels Bohr wel of niet het quantummechanische complementariteitsbeginsel het licht zien in zijn Como-lezing te Italië. Exact 74 jaren later hebben

zich wel of niet twee gekaapte passagiersvliegtuigen in de torens van het World Trade Center te New York geboord. De Laatste Stelling van Fermat is niet bewezen of is wel bewezen. God bestaat wel of God bestaat niet. En zo verder. Over weinig zaken zijn mensen het zo roerend eens als over het Verbod: iets kan gewoon niet tegelijkertijd *en* onwaar zijn; iets gewoon niet tegelijkertijd *wel* en *niet* het geval kan zijn.

Mensen zijn bereid de meest fantastische beweringen uit hun mond de wereld in te sturen en de ene gelegenheidshypothese op de andere implausibele onderstelling te stapelen, ten einde te voorkomen dat ze zichzelf tegenspreken. Wie betrapt wordt op een tegenspraak, in een gesprek, in de rechtszaal, voor microfoon of camera, probeert zich koste wat het kost er uit te draaien. Wie dat niet kan, die hangt. Wie zichzelf tegenspreekt is een onbe-

trouwbaar sujet (indien bewust) of een idioot (indien onbewust).

‘Leugen wordt door leugen gered’ schreef Dostojewski over de diepe blik die Cervantes in het menselijk hart wierp — ‘redden’ betekent hier dat, om de illusie van waarheid in stand te kunnen houden, de consistentie van de leugens onderling gehandhaafd moet blijven: het Verbod mag nimmer overtreden worden.

Maar wat is er heilig aan een verbod dat ongeveer tweeënhalf duizend jaren geleden werd uitgevaardigd door een wijsgeer die leefde in een wereld gevuld met tweeënhalf duizend jaren minder kennis en inzicht? Waarom moet *iedere* contradictie onwaar zijn? Biedt onze wereld, die over lijkt te koken van tegenstrijdigheden en tegenstellingen, geen ruimte voor contradicties? Is een logika zonder tegenspraken sowieso mogelijk?



We gehoorzamen het Verbod opdat we kunnen debatteren en bekritisieren, waarzonder politiek, journalistiek, rechtspraak en wetenschap onmogelijk zijn: dit amendement is wel of niet aangenomen door de Tweede Kamer; pappa Zorregieta wist wel of niet dat er onbehoorlijke dingen gebeurden ten tijde van het Vidéla-regime; de verdachte wordt wel of niet schuldig bevonden; de Aarde beweegt wel of niet in een ellipsbaan rond de zon; enz. enz. Het Verbod eerbiedigen is een noodzakelijke voorwaarde voor de mogelijkheid iets *te kunnen beweren*, en zonder iets te kunnen beweren lijkt taalgebruik een weinig zinrijke want extreem beperkte activiteit.

We gehoorzamen het Verbod omdat het constitutief is voor de *betekenis* van de woorden ‘en’ en ‘niet’. Het woord ‘niet’ verandert iedere beweerzin waar het voor staat in een andere beweerzin, en wel zodanig dat de nieuwe beweerzin de oorspronkelijke *per definitie* tegensprekt, en *dat* wil zeggen: zij kunnen niet beide tegelijk waar zijn. Wie het Verbod gehoorzaamt, aanvaardt het woord ‘niet’

en blijft de betekenis van ‘niet’ trouw. Het Verbod vloeit even onafwendbaar voort uit de betekenis van ‘en’ en ‘niet’, als de waarheid dat Gerrit Krol geen denksnor meer heeft voortvloeit uit zijn gladgeschoren gezicht.

We gehoorzamen het Verbod ook omdat we willen redeneren en omdat we de ‘klassieke’ (eigenlijk: laat-XIXde annex begin-XXste eeuwse) logica aanvaarden als internationaal gerechtshof om geldige van ongeldige redeneringen (drogredeneringen) te scheiden. De klassieke logica aanvaarden betekent al haar stellingen en redeneerregels aanvaarden. Onder deze stellingen bevindt zich: *niet-(P en niet-P)*, waarin *P* een willekeurige beweerzin is. Alle logische stellingen zijn ook ‘tautologieën’, ‘logische waarheden’, dat wil zeggen samengestelde beweerzinnen die immer waar zijn, onafhankelijk van de waarheid of onwaarheid van iedere samenstellende deelzin. Het Verbod is dus ook een tautologie. Wie de klassieke logica aanvaardt, komt niet onder het Verbod uit.

(Tussenwerping. Tautologische beweerzinnen zijn niet *betekenisloos* — anders kan niemand ze verwerpen —, maar hun informatiegehalte over de werkelijkheid is doorgaans nihil — een inzicht van Wittgenstein. Een zin als ‘Het sneeuwt of het sneeuwt niet’ bevat wel enige informatie, namelijk dat er kennelijk een weersgesteldheid is die we met ‘sneeuw’ aanduiden — alhoewel er meer zinnen nodig zijn om *dat* duidelijk te maken —, maar over de weersgesteldheid op het moment dat de bewering wordt uitgesproken, zegt de bewering niets.)

De meest gebruikte manier om het verbod op tegenspraken te rechtvaardigen is te wijzen op de eenvoudige te bewijzen *explosiestelling* uit de klassieke propositie-logica, die luidt dat uit een enkele tegenspraak letterlijk alles volgt. Een minimale schending van het Verbod veroorzaakt een logische explosie die elke beweerzin waar maakt — en tegelijk onwaar maakt doordat tevens zijn ontkenning waar is! *Ex contradictione sequitur quodlibet et quod non libet*. Alles is waar en niets is waar;

alles is onwaar en niets is onwaar. Zonder het Verbod is het niet langer mogelijk waarheid en onwaarheid van elkaar te onderscheiden. Waarheid verwordt tot een volstrekt waarde-loos begrip. Dat is te dol.

Beschouwen we, in het voetspoor van de logici, een theorie als het geheel van alle stellingen die deductief volgen uit haar postulaten, dan noemen we een theorie *dol* wanneer elke beweerzin in de taal van de theorie afleidbaar is uit de postulaten van die theorie. Dol is vol. Doordat een dolle theorie alle beweerzinnen bevat, dus ook een contradictie, is zij inconsistent. Omgekeerd, zodra een theorie een enkele contradictie bevat, dan bevat zij iedere beweerzin (explosie-stelling) en is dus dol. Derhalve eerbiedigen we het Verbod op Tegenspraken. We willen geen inconsistente en geen dolle theorieën.



En toch is er met deze overvloed aan argumenten ter rechtvaardiging van het Verbod iets niets in de haak, iets *logisch* niet in de haak.

Wanneer argumenten *geldige redeneringen* zijn, dan kunnen ze alleen overtuigen indien, ten eerste, we de premissen van deze redeneringen aanvaarden — en dus hun ontkenning verwerpen —, en ten tweede, indien we aanvaarden dat er zoiets bestaat als een 'geldige redenering'. Het eerste betekent in feite het Verbod op Tegenspraken reeds aanvaarden, en het tweede betekent de logica aanvaarden, waar het Verbod als logische stelling onvervreemdbaar deel van uitmaakt. Geldige redeneringen voor het Verbod zijn noodzakelijkerwijs *cirkelredeneringen*.

Pat?

Niet geheel. In een indringend artikel uit 1973, getiteld 'The justification of deduction', behandelt de Britse analytische filosoof Michael Dummett het nauw verwante probleem van hoe deductie te rechtvaardigen. De rechtvaardiging van deductie loopt uit op een vicieuze cirkel (wanneer men deductieve redene-

ringen aanwendt) of op een oneindige regressie (een oneindig terugtrekkende beweging — de gebruikte redeneerregels in de rechtvaardiging behoeven immers ook rechtvaardiging, enz.). Dummett maakt een onderscheid tussen 'rhetorische' en 'verklarende' redeneringen; slechts bij de eerste soort zijn beide hoorns van het dilemma tussen cirkelredenering en oneindige regressie fataal.

De bedoeling van een *rhetorische redenering* is *overtuigen*, of tenminste enige twijfel wegnemen. Men presenteert een geldige redenering die ervoor moet zorgen dat men een op het eerste gezicht betwifelbare conclusie toch aanvaardt, doordat de premissen van de redeneringen onbetwifelbaarder of althans evident aanvaardbaarder zijn dan de conclusie.

Bij een *verklarende redenering* is de situatie precies andersom. We zijn reeds overtuigd van de waarheid van een bewering, er is geen twijfel die verdwijnen moet, maar we willen een antwoord op de vraag *waarom* de bewering waar is. Kortom, we willen een *verklaring*, want een verklaring is het antwoord op een waarom-vraag.

Men denke bij voorbeeld aan beweringen in de wetenschap, zoals 'als het regent en de zon schijnt, dan zien we een regenboog onder een hoek van ongeveer  $42^\circ$ ', en 'wanneer we elektronen door een zeer smalle spleet schieten, dan verschijnt op het scherm achter de spleet een interferentie-patroon'. Dit zijn beschrijvingen van waargenomen verschijnselen, waarvan we niet overtuigd hoeven te worden. We willen weten *waarom* deze verschijnselen optreden, waarom de bovengenoemde beweerzinnen waar zijn. Iedere redenering die in deze waarom-behoefte voorziet, is een verklarende redenering, en geen cirkelredenering.

Zodra we het Verbod niet langer willen rechtvaardigen, doch alleen willen weten waarom we het Verbod gehoorzamen, dan hoeven we van het Verbod niet langer *overtuigd* te worden.

Toegegeven, het is een berucht probleem in de filosofie een criterium op te stellen

dat verklarende van niet-verklarende redeneringen onderscheidt. Maar dat is Vers 2. Vers 1 is dat Dummett het dilemma tussen cirkelredenering en oneindige regressie zijn fatale karakter heeft ontnomen. De regressie staat aan de grond genageld en de vicieuze cirkel verandert in een hoepel waar we onze intellectuele kunsten mee gaan vertonen voor een reeds overtuigd publiek, dat gekomen is voor inzicht & begrip. De geboden redeneringen, stilzwijgend vergezeld van de claim verklaringen te zijn, leggen we ter beoordeling voor aan de hoogste instantie in onszelf. Richtlijn: we aanvaarden de redenering als zijnde een *verklaring* dan en slechts dan als we het idee hebben verrijkt te worden met een inzicht, dat door de geboden verklaring onder woorden wordt gebracht. Een denker die geen *Aha!*-ervaringen en *Eureka!*-gevoelens bij het publiek oproept, mag zich immers verzekerd weten van een enkele reis Vergetelheid. Daar loopt geen denkend publiek voor warm.



Niettegenstaande de veelheid aan verklaringen voor onze eerbiediging van het Verbod, mag men gerust de vraag stellen of het toch niet, in beginsel, mogelijk is om in zeer bijzondere contexten uitzonderingen op het Verbod toe te laten zonder logisch dol te draaien. Met andere woorden, is het niet mogelijk de klassieke logica bij te stellen waardoor men niet meer in staat is de explosie-stelling te bewijzen ten einde enkele contradicties te kunnen gedogen?

Dat een dergelijk gedoogbeleid tot de mogelijkheden behoort, is door logici reeds meerdere malen aangetoond. Enkele mijlpaaltjes volgen.

[1] In 1976 bedacht de Peruaanse filosoof F. Miró Quesada de naam *paraconsistent* voor theorieën die enkele maar niet alle tegenspraken toelaten. De komst van paraconsistentie heeft de gelijkschakeling tussen dolheid en inconsistentie opgeheven. Herdefiniëren

we *inconsistent* als 'alle tegenspraken bevattend', dan zit 'paraconsistent' als een fonkelnieuwe logische categorie tussen de uitersten 'inconsistentie' en 'consistentie' in. Een dolle theorie blijft inconsistent, maar een niet-consistente theorie hoeft dol noch inconsistent te wezen; zij kan paraconsistent zijn. Indien de redeneerregels in staat zijn een theorie dol te draaien op basis van een enkele contradictie (dit is de explosie-stelling), en de theorie bijgevolg inconsistent maken, dan noemt men deze regels *explosief*, anders *veilig*. In tegenstelling tot de klassieke logica, met haar explosieve deductie-apparaat, behandelt een paraconsistente logica dus niet *alle* contradicties op voet van gelijkheid. Sommige contradicties krijgen logisch asiel, andere niet.

Paraconsistente theorieën die geen afscheid willen nemen van de semantische wet van de uitgesloten derde (iedere beweerzin is waar of onwaar en *tertium non datur*), maken hun contradicties *waar*; een ware contradictie noemt men een *dialetheia*. Paraconsistente theorieën die de wet van de uitgesloten derde vaarwel wuiven, maken contradicties *waar en onwaar*; zulke beweerzinnen noemt men *antinoom*. Een andere mogelijkheid is zulke zinnen *neutraal* te noemen, dat wil zeggen: waar noch onwaar.

[2] Alweer bijna een eeuw geleden, in 1910, bedacht de Rus Nikolaj Vasiliev een zogeheten 'imaginaire logica'. Nadat in de loop van de XIXde eeuw in de wiskunde het Tweeduizendjarige Rijk van de Euklidische meetkunde ten val was gebracht door de invasie van velerlei niet-Euklidische meetkenden (bolmeetkunde, elliptische meetkunde, hyperbolische meetkunde, enz.), ontstond de opvatting dat de Euklidische meetkunde over de fysische ruimte van onze wereld gaat waarin wij onze lichamen voortslepen, en dat alle niet-Euklidische varianten over de fysische ruimten van imaginaire werelden gaan, die niet bestaan doch misschien kunnen bestaan. Vasiliev claimde nu dat de klassieke logica over onze wereld gaat, maar dat men ook andere, imaginaire werelden kan beden-

ken waarin een andere logica geldt. Zijn niet-klassieke logica van een imaginaire wereld moest daarvan een voorbeeld zijn, analoog aan de niet-Euklidische meetkunde van een imaginaire ruimte. En zoals de Duitse wiskundige Bernard Riemann in de XIXde eeuw een algemeen raamwerk had opgesteld (de differentiaal-meetkunde) waarbinnen men alle bekende soorten van meetkunde kan bestuderen, droomde Vasiliev van een analoog algemeen logisch raamwerk waarbinnen men diverse soorten van logica kan bestuderen.

Ofschoon de imaginaire logica van Vasiliev niet bedoeld was om toegepast te worden, kan men toepassingen bij voorbaat nooit uitsluiten. Met het imaginaire karakter van de niet-Euklidische meetkunde viel en valt het immers ook wel mee. Waar zou een cartograaf zijn zonder bolmeetkunde? Waar zou Einstein geweest zijn zonder de Riemann-meetkunde?

[3] Het doel van de ‘debat-logica’ van Stanislaus Jaskowski uit 1948 (in een artikel verschenen in het Pools, een Engelse vertaling verscheen in 1969 in het tijdschrift *Studia Logica*) is, zoals de naam zegt, debatten in een enkel formeel systeem te vatten. Toepassing is hier het doel bij uitstek. De meningen van iedere debattant afzonderlijk vormen een consistent geheel, maar verschillende debattanten kunnen elkaar tegenspreken — anders is er natuurlijk geen debat — zodat het geheel van alle meningen niet langer consistent kan zijn.

Helaas kleeft aan de debat-logica een onoverkomelijk bezwaar. Men kan bewijzen dat wanneer een verzameling premissen een beweerzin impliceert, deze beweerzin reeds geïmpliceerd wordt door een enkele premisse uit de verzameling. Dit maakt de debat-logica ongeschikt voor debatten, naardien het vergaren van informatie kennelijk nooit en te nimmer leidt tot een basis waarop men andere uitspraken kan doen dan men reeds kan doen in de aanvangssituatie. De debat-logica plaatst de debattanten bij het begin in een logische patstelling. De uitwisseling van argumenten

en informatie is volmaakt vruchteloos — misschien geeft de debat-logica juist daarom een realistische voorstelling van hoe irrationeel debatten in werkelijkheid verlopen, maar wie geïnteresseerd is in rationele debatten, waarin de mogelijkheid om je standpunt te wijzigen ten gevolge van kennisneming van feiten en argumenten niet bijvoorbaat gesloten is, heeft geen zier aan de debat-logica.

De valse start van de debat-logica heeft de pret echter niet mogen drukken. Zelden gaat iets de eerste keer meteen goed, nietwaar? Enkele logici gingen aan de slag om verbeterde versies van de debat-logica op te stellen. Het optimisme voor een paraconsistente debat-logica heeft echter nog steeds geen vruchten afgeworpen die het oprapen & -eten waard zijn. Het lijkt erop dat als je hier een lelijke uitstulping naar beneden drukt (de wet van de uitgesloten derde), een weinig appetijtelijke uitstulping elders aan het oppervlak verschijnt (argumenteren heeft geen zin). In het algemeen lijkt in paraconsistente debat-logica’s de wet van behoud van ellende van kracht.

[4] In zijn artikel ‘Calculus van Antinomieën’ construeerde de Argentijn F.G. Asenjo in *The Notre Dame Journal of Formal Logic* (1966) een paraconsistent systeem met naast ware en onware ook neutrale beweersinnen. Dit semantisch drie-waardige stelsel richt zich op antinomieën, zoals die van de Leugenaar: de leugenaar spreekt de volgende beweersin uit: ‘Ik lieg’. Onmiddellijk volgt dat hij de waarheid spreekt dan en slechts dan als hij liegt. Volgens Asenjo is deze contradictie waar noch onwaar doch neutraal.

[5] Onder aanvoering van Gentse hoogleeraar Diederik Batens en van Joke Meheus zijn Belgische wijsgeren sinds het laatste decennium van de 20ste eeuw de paraconsistente logica gaan toepassen op de wetenschap; ze zijn van oordeel dat sommige passages in sommige artikelen van sommige wetenschapsbeoefenaren slechts recht kan worden gedaan met paraconsistente logica. Paraconsistentie is niet louter een formele frivoliteit

van filosofen, maar inherent aan de ontwikkeling van de natuurwetenschap, aldus spreken deze Belgen. De reputeerde Amerikaanse filosoof John Norton publiceerde in *Philosophy of Science* een artikel waarin hij betoogt dat de natuurkundige theorie van Max Planck over (het uitzenden en opvangen van) elektro-magnetische straling (door materie) paraconsistent is. En in 2004 betoogde de nieuwlichter Mathias Frisch in hetzelfde tijdschrift dat de klassieke elektrodynamika een tegenspraak bevat.

[6] De onbetwiste voorman van de paraconsistente logici is de Braziliaan Newton C.A. da Costa, wiens leerlingen de missionarissen van de paraconsistente logica zijn. Reeds in 1963 stelde hij in zijn proefschrift, *Sistémas formais inconsistentes*, een hiërarchie op van formele systemen die contradicties bevatten en nochtans niet dol zijn. Nadat Da Costa naam had gemaakt als een productieve logicus met een belangstelling voor de toepassing van de logica in de wetenschap en de wijsbegeerte, keerde hij, overladen met beroepsmatige eerbewijzen (waaronder het lidmaatschap van de *Académie Française*), terug naar het onderwerp van zijn proefschrift. Ook heeft Da Costa een paraconsistente verzamelingsleer opgericht, waarin het vermaledijde beginsel dat met ieder predicaat een verzameling correpondeert in ere wordt hersteld.

[7] In de Butatin Studio van het Centrum voor Voortgezet Onderzoek te São Paulo hebben onlangs de vrouwelijke robot Sophia en haar broer Anti-Sophia een confrontatie overleefd met tijgers, slangen en gemene apen: een paraconsistente logica regelt de elektronische circuits in hun neurale netwerken. Toegepaster kan niet.

Dit was een greep van zeven. Het zal genoegzaam duidelijk zijn dat gedurende de laatste vijfentwintig jaren de paraconsistente logica van een losse verzameling incidentele artikelen aan de periferie van het logisch onderzoek gestaag is gegroeid tot een bloeiend onderzoeksprogrammaatje, compleet met internationale conferenties, en een keur aan mo-

nografieën, bundels artikelen en overzichtswerken, zoals het wervende *In Contradiction. A Study of the Transconsistent* (Nijhoff, 1987) van de Australische logicus-filosoof Graham Priest, en *Inconsistent Mathematics* (Kluwer, 1995) van de Australiër Chris Mortenson, die onder andere betoogt dat een paraconsistente infinitesimaal-rekening meer recht doet aan Newton en Leibniz dan de Analyse die de standaard is geworden in de wiskunde en waaruit 'infinitesimalen' zijn verbannen.

Wittgenstein heeft de verschijning van paraconsistentie en dialethiek aan het logisch firmament voorspeld. Tijdens een Weens kringgesprek ergens in de jaren twintig is onder andere het volgende uit zijn mond opgetekend (*Wittgenstein and the Vienna Circle*, 1979, samengesteld door B.F. McGuinness, blz. 139):

I am prepared to predict there will be mathematical investigations of calculi containing contradictions and people will pride themselves on having emancipated themselves from consistency too.

Opvallend is dat Australië en Brazilië het onderzoek naar de paraconsistente logica volledig domineren. Sommigen spreken over 'Braziliaanse logica' en over 'de brazilisering van de logica'. De enige Europeanen die mee-feesten zijn de Belgen. Nederlandse logici hebben, bij mijn beste weten, vooralsnog geen dansje gewaagd — hetgeen naadloos aansluit bij de Nederlandse volksaard: wanneer het serieuze aangelegenheden betreft, zoals het weghalen van Joden uit hun huizen tijdens WO II of moslims in een Bosnische enclave tijdens de Balkan-oorlog, is de Nederlander de vleesgeworden apathie annex muurbloem, terwijl wanneer het onbelangrijke aangelegenheden betreft, zoals balletje-trap, de Nederlander verandert in een hysterisch keukenwif.

Opvallend is tevens dat paraconsistente logici relativisme en postmodernisme met een gloeiende pook op afstand houden, terwijl inhoudelijk een coalitie tamelijk voor de hand ligt. Vanuit academisch-politiek opzicht is

deze houding begrijpelijk, aangezien ook de paraconsistente logici naar de volle erkenning van hun logische vakbroeders smachten, die vooralsnog weinig gecharmeerd zijn van de paraconsistente parade.



Allemaal leuk en aardig, zult ge zeggen, en wat had die Wittgenstein toch een vooruitziende blik. Maar wat moeten wij, vrije Westerlingen met een dichtgetimmerde CAO en een waardeloos pensioen in deze Winden Gilmaatschappij, aanvangen met deze logische carnavalsoptocht? Is de Atheense muur die waarheid van onwaarheid scheidt werkelijk definitief gevallen? Betekent dit het einde van het monopolie van de klassieke logica op de leverantie van universeel toepasbare, inhoudsneutrale deductie-regels en bewijsmethoden? Zal uiteindelijk ieder warhoofd dat om een bewijs van zijn verwarde beweringen vraagt, wel ergens een veilig deductie-apparaat en een paraconsistente logica kan aanschaffen dat hem respectabel maakt? Luidt thans de doodsklok voor de rede in wat nota bene haar meest onneembare bastion leek, te weten de logica?

Carnaval duurt niet eeuwig en betekent zeker niet het einde van rede en beschaving. Het onderscheid tussen paraconsistentie en inconsistentie is hier van belang. Inconsistentie is de logische afgrond van het irrationalisme, paraconsistentie is dat niet. Het cement van paraconsistente bouwwerken, waarin enkele tegenspraken een tehuis vinden, bestaat uit veilige redeneerregels, zodat het niet langer mogelijk is alles te bewijzen wat men wil en wat men niet wil (de explosie-stelling). De dreiging van het irrationalistische doldraaien is daarmee afgewend.

Maar hoe zit het dan met de verklarende redeneringen voor waarom wij het Verbod op Tegenspraken eerbiedigen? Zijn die bij nader inzien fout?

Welnu, mogelijk aanvaardbare contradicties — zelfs voor liefhebbers van paraconsis-

tentie — zijn zeer zeldzaam, en treden slechts in zeer bijzondere contexten op. De verklarende redeneringen verklaren niet waarom we geen enkele uitzonderingen op het Verbod aanvaarden maar waarom we dat niet doen in de overweldigende meerderheid van contexten waarin wij, als taalgebruikers, verzeild raken. Zij verklaren ook waarom zelfs in paraconsistente contexten de overweldigend meerderheid van beweerzinnen het Verbod wel gehoorzaamt. De redeneringen verklaren waarom we het Verbod zelden overtreden. Gedachtenwisseling, debat, kritiek en veroordeling zijn dan nog steeds ten volle mogelijk. Debatten over de aanvaardbaarheid van een gegeven contradictie of van een paraconsistente theorie, en over welk deductie-apparaat te kiezen, enz., kunnen met vrucht gevoerd worden doordat ten aanzien ook daarvan het Verbod onverbiddelijk van kracht is. Wie bij voorbeeld zegt dat het Verbod en paraconsistentie onverenigbaar zijn, gehoorzaamt het Verbod op het meta-nivea, waarop men praat *over* talen, contexten en theorieën.

Het zij opgemerkt dat de *betekenis* van een ontkenning in paraconsistente contexten niet meer dezelfde kan zijn als in de klassiek-logische contexten en, meer in het algemeen, in iedere context waar het Verbod regeert. De vraag luidt dan of er voldoende overeenkomsten in betekenis overblijven om van een ontkenning te mogen spreken in een paraconsistente logica. Dit is een omstreden zaak. Een vraag die geen enkele paraconsistente logicus overtuigend heeft weten te beantwoorden is de volgende: wat betekent een zin ontkennen die in een contradictie voorkomt wanneer die contradictie *niet onwaar* is?

Wie het weet, mag het zeggen.



Zullen de huidige ontwikkelingen in de logica een revolutie in de wiskundige bewijsvoering tot gevolg hebben?

Ongeveer een eeuw geleden ontdekte Bertrand Russell zijn vermaarde tegenspraak in

het logicistische systeem van Frege: de klasse van alle klassen die zichzelf niet bevatten (de 'Russell-klasse'), bevat zichzelf dan en slechts dan als deze klasse zichzelf niet bevat. Russell, de grootmeester van het indringende voorbeeld, stelde ons voor aan de enige barbier in een dorp, die alle dorpsbewoners scheert die zichzelf niet scheren. Niets aan de hand, totdat Russell zich afvraagt wie de barbier scheert, en vlug beredeneert dat deze barbier zichzelf niet scheert dan en slechts dan als hij zichzelf wel scheert. De gebruikelijke reactie op deze contradictie is deze redenering op te vatten als een bewijs uit het ongerijmde voor het niet-bestaan van deze antinomische barbier (en van de Russell-klasse) — sommigen geven de voorkeur aan de oplossing dat de barbier wel bestaat maar een vrouw is, ofschoon een ieder dan een variant kan bedenken met het scheren van schaamhaar dat groeit op een andere plaats dan het gezicht.

In een paraconsistente klassenleer bestaat de Russell-klasse echter wel; men maakt onderscheid tussen 'paradoxale' en 'normale' klassen. (In een paraconsistente dorpsociologie bestaat een barbier die zichzelf wel en niet scheert. Wie zou hem niet eens de hand schudden?) Belangrijke problemen in de klassenleer lost een dergelijke denkbeweging echter niet op. Bovendien wordt de paraconsistente vis duur betaald.

De prijs is een kreupel deductie-apparaat, waardoor veel stellingen voor paradoxale klassen onbewijsbaar blijven. Door het onschadelijk maken van explosieve deductie-apparaten krijgen contradicties een plaats toebedeeld binnen de deductieve omheining van paraconsistente theorieën waar zij geen schade kunnen aanrichten. Dat is fijn. Maar de prijs voor deze veiligheid is dat zij aan de redenerketens die binnen deze omheining door het landschap razen, part noch deel kunnen hebben. Men kan zich afvragen wat de logische waardigheid is van een eeuwig leven in een dergelijke deductieve isoleercel. Zijn paraconsistente logici niet blij met een dooie

mus?

Het verlenen van politiek asiel stelt pas werkelijk iets voor wanneer de politieke vluchtelingen in het land van komst aan de maatschappij mogen deelnemen. Wie vluchtelingen opsluit in een kamp waar ze hun mond moeten houden en niet mogen werken voor geld, laat ze niet deelnemen. Het lot van contradicties die logisch asiel krijgen in paraconsistente systemen is maximaal treurig: zij kunnen nooit premisse zijn in een redering, behalve in volstrekt triviale. Men tolereert ze *de jure*, maar *de facto* hebben ze levenslang. De bewegingsvrijheid van de redeneerder wordt in paraconsistente systemen onverdraaglijk zwaar aangetast: redeneren is er inderdaad zoiets als zwemmen in stroop — hetgeen weer doet denken aan de juridische stroop in de Nederlandse rechtspraak, waardoor asielaanvragers jaren en jaren en jaren in wachtkampen zitten opgesloten.

Als nieuw deductie-apparaat voor de wiskunde in het algemeen is de paraconsistente logica ongeschikt. Ieder veilig deductie-apparaat is nog minder vermogend dan het explosieve deductie-apparaat van de intuïtionistische wiskunde van L.E.J. Brouwer *cs*, dat voor de overweldigende meerderheid der wiskundigen reeds *te zwak* is (dit is trouwens de belangrijkste reden waarom het intuïtionisme een armetierig bestaan leidt aan de periferie van de wiskunde). Met minder dan klassieke logica, dat over het meest krachtige deductie-apparaat beschikt om jezelf van premisse naar conclusie te lanceren, zullen wiskundigen nimmer genoeg nemen. En wie genoeg neemt met de minder krachtige intuïtionistische logica, laat ook geen enkele tegenspraak toe.

En wat de paraconsistente theorie over infinitesimalen van Chris Mortensen betreft: er zijn ook klassiek-logische theorieën die met infinitesimalen werken. Om infinitesimalen een permanente verblijfsvergunning te geven hoeft men de logische wetten niet te amenderen.

Wat de wiskunde betreft: exit paraconsis-



tentie.



Zullen de huidige ontwikkelingen in de logica dan wel tot een revolutie in het natuurwetenschappelijk redeneren leiden?

Da Costa en medewerkers zijn zich de laatste jaren gaan richten op de interpretatieproblemen van de quantummechanika. De beruchte paradoxen van deze fysische theorie zouden hun meest getrouwe uitdrukking krijgen binnen een paraconsistente logica. De quantummechanika als een paraconsistente theorie die over de fysische werkelijkheid gaat?

Dat de quantummechanika met de nodige logische handigheid in een paraconsistent kostuum te hijsen is, dat zal niemand betwijfelen — de drie-waardige logica, de quantum-logica en de vooronderstellingslogica zijn niet-klassieke logica's die de paraconsistente logica hierin reeds voor zijn gegaan. Maar de vraag luidt of het *nodig* is. En het antwoord is ontkennend. Er is geen enkel quantum-mechanisch verschijnsel in de natuur dat (uitsluitend) in paraconsistente termen kan worden beschreven.

Bovendien zouden paraconsistent redeneerregels meer dan onwenselijk zijn in de wetenschap, doordat karrevrachten aan wetenschappelijke kennis die dan niet langer deductief te bereiken zijn op de mestvaalt van de geschiedenis zouden belanden.

Wat de wetenschap betreft: exit paraconsistentie.



De Poolse logicus en wiskundige Alfred Tarski was van oordeel dat men in de taal een onderscheid dient te maken tussen een niveau waarop men over de wereld praat (object-niveau), en een niveau waarop men over de object-taal praat (meta-niveau). Beide niveaus komen in onze taal voor, maar wie in rederingen van het ene naar het andere

niveau springt, begaat dan de redeneerfout van de dubbelspraak. Wie uit de premissen 'Zeventien is priem' en 'Met iedere priem kan de timmerman een gaatje in het hout maken', concludeert dat de timmerman een gaatje in het hout kan maken met het getal zeventien, begaat de redeneerfout van de dubbelspraak. Een verwarring van object- en meta-niveau is verantwoordelijk voor de Leugenaarsantinomie, zoals de verwarring van de twee betekenissen van 'priem' verantwoordelijk is voor de drogredenering over de timmerman. Met dubbelspraak kan men tegenspraken genereren aan de lopende band. Dubbelspreken is iets anders dan redeneren.

Paraconsistente logici, die bij voorbeeld de Leugenaarsantinomie als dialetheia of als neutrale beweerezin willen koesteren, hebben de neiging het onderscheid van Tarski te verwerpen als zijnde een gelegenheidsonderscheid. Zij vergewissen zich helaas onvoldoende van het feit dat dit onderscheid van Tarski de 'model-theorie' mogelijk heeft gemaakt, een zeer vruchtbare ontwikkeling in de logica die verantwoordelijk is voor de diepzinnigste resultaten van het XXste-eeuwse exacte denken, te weten diverse consistentie- en onafhankelijkheidsbewijzen. Ook Harry Mulisch, verzot op paradox en contradictie, lijkt dit onvoldoende te beseffen, getuige de volgende passage in *De compositie van de wereld* (1980, blz. 29):

Al die meta-maatregelen zijn uitsluitend gefundeerd op de wens, de paradoxen te verbieden: het is gelegenheidswetgeving, die onder geen enkele andere omstandigheid het rechtsgevoel behoort te bevredigen.

Zelfs indien het onderscheid van Tarski geen enkele tegenspraak zou hebben ontmanteld als een *schijnbare* tegenspraak (een paradox), zou het onderscheid tussen object- en meta-niveau tot het standaardbegrippenarsenaal van de logica zijn gaan behoren vanwege de enorme modeltheoretische opbrengst. Daarbovenop is het

een onloochenbaar feit dat het onderscheid van Tarski het logisch rechtsgevoel van menig denker uitstekend bevredigt, in tegenstelling tot het rechtsgevoel van Haary Krishna Mulisch. Het onderscheid is zeker niet *ad hoc*; het is eenvoudig, doordacht en vruchtbaar.



Ofschoon de paraconsistente logica in de wereld van het exacte denken evenveel te zoeken lijkt te hebben als een dolfin in de woestijn, doordat zij daar niets oplost wat men niet ook kan oplossen zonder het Verbod te schofferen, en doordat zij daar bovendien onherstelbare deductieve schade zou aanrichten, is er een terrein waar de paraconsistente logica misschien nuttige arbeid zou kunnen verrichten. Dit is een terrein waar we allen vertoeven, namelijk dat van 'de alledaagse redeneerpraktijk'.

(a) Stel Dingelam kondigt aan dat hij een feestje geeft indien hij de Nobelprijs voor scheikunde wint (premissie), en stel dat Talmstra op de bewuste avond naar het huis van Dingelam gaat en ziet dat daar een feestje gaande is (premissie). Op basis van deze premissen concludeert Talmstra dat Dingelam in de Nobelprijzen is gevallen, treedt binnen en feliciteert hem met de toekenning van de Nobelprijs. Dingelam bedankt hem hartelijk.

Helaas heeft Talmstra nu volgens de klassieke logica de redeneerfout begaan van het antecedent-bevestigen (uit *als P, dan Q* en *Q* volgt niet dat *P*). Deze gevolgtrekkingen zijn echter de gewoonste zaak van de wereld in onze dagelijkse redeneerpraktijk. Talmstra voelt zich desgevraagd gesterkt in zijn overtuiging geen drogredenering begaan te hebben door het feit dat zijn conclusie waar bleek te zijn. Er is niets fout gegaan.

De klassieke logicus werpt nu tegen dat Dingelam de prijs niet gehad zou kunnen hebben, maar omdat hij stomtoevallig een miljoen had gewonnen in de staatsloterij heeft hij het feestje toch maar door laten gaan.

Dat is zeker niet uit te sluiten. De klassieke

logica houdt rekening met alle logisch mogelijke gevallen, en dat zijn er aftands veel. Op basis van slechts de gegeven premissen staat de klassieke logica ons toe heel weinig interessants te concluderen. Toch heeft Talmstra een ware conclusie getrokken uit ware premissen, met kennelijk een *niet-klassieke* redeneerregel.

(b) Als tweede voorbeeld een voorwaardelijke bewering die apert onwaar lijkt, maar volgens de klassieke propositie-logica waar is: 'Als Arnold Cleever zijn vinger afhakt, dan zullen er binnen een seconde twee nieuwe vingers uit zijn hand groeien van 99 cm per stuk met hoefjes in plaats van nagels aan de uiteinden.' Zolang Cleever zijn vinger er niet afhakt, is deze bewering volgens de klassieke propositie-logica *waar* (*als P, dan Q* is waar indien *P* onwaar is). Toch hoeft je geen klap van de malle molen gehad te hebben om deze bewering 'onwaar' te noemen: Cleever is een mens en de menselijke soort ontbeert zulke curieuze regeneratieve vermogens.

In het eerste voorbeeld (a) geraakt iemand tot een waarheid op een manier die de klassieke logica verbiedt; in het tweede voorbeeld (b) geeft de klassieke logica mij een waarheid, die ik ernstig betwijfel. In het derde en laatste voorbeeld (c) zal ik met de klassieke logica een hoogstwaarschijnlijk onware conclusie afleiden uit een ware bewering.

(c) 'Als er melk noch suiker in zijn koffie zit, dan geniet Nico Kervezee met volle teugen van zijn koffie.' Volgens de klassieke logica mag men uit deze waar veronderstelde bewering alle voorwaardelijke beweringen afleiden met hetzelfde consequent en een sterker antecedent (dat het gegeven antecedent impliceert maar niet andersom). Deze redeneerregel heet 'de wet van verzwakking'. Welnu, volgens deze wet is dan de volgende bewering ook waar: 'Als er melk noch suiker in de koffie zit, en wel een scheut motorolie en een soeplepel carboleum, dan geniet Kervezee met volle teugen van zijn koffie.' Het is jammer voor de klassieke logica, maar deze bewering is niet waar, tenzij Kervezee over erg uitzonderlijke smaakpapillen beschikt —

een logische mogelijkheid waar de doorge- winterde klassieke logicus zich op kan beroepen. In de alledaagse redeneerpraktijk gaat de logische wet van verzwakking blijkbaar niet altijd op.

(d) Wanneer Graham Priest met zijn zwaar- tepunt loodrecht boven het midden van een drempel in de deuropening van een kamer staat, dan is het volgens hem waar en onwaar dat hij zich in de kamer bevindt. Hier beschrijft een antinome bewering een feit.

Zulke voorbeelden zijn naar believen aan te slepen. Ze maken aannemelijk dat de klassieke logica niet in alle gevallen het meest geschikte redeneerinstrument is voor het alledaagse leven, en soms totaal ongeschikt is. Waarom is de klassieke logica dan nog steeds *de* logica bij uitstek?

Omdat zij over de strengste redeneerpraktijken heerst die onze cultuur kent, namelijk de wiskunde en de theoretische gebieden binnen de natuurwetenschap, en omdat zij zinderend eenvoudig is in vergelijking met haar diverse uitbreidingen waarin bovenstaande redeneringen zijn te wettigen dan wel te verwerpen. Het gegeven dat de klassieke logica op verscheidene manieren is uit te breiden om velerlei facetten van de alledaagse redeneerpraktijk streng te begrijpen *zonder* het Verbod op Tegenspraken op te offeren (modale logica, dynamische logica, relevantie-logica, om de belangrijkste te noemen die heden ten dage logici bezig houden), lijkt voldoende om de roep om paraconsistentie te mogen negeren. De logica is kerngezond en springlevend, ook zonder paraconsistente parade.



Wij, lezende en denkende mensen, waden in onzekerheid en dat weten wij. Daarom verlangen we in de alledaagse redeneerpraktijk geen garanties; we nemen genoeg met een zekere mate van betrouwbaarheid. Voorlopige richtlijnen en feilbare vuistregels sturen onze scheve levens. Het is niet anders

en het kan niet anders. Het onmogelijke willen is dom.

Vrijwel altijd bevinden wij ons in een toestand van een hopeloos gebrek aan inzicht en een schromelijk tekort aan kennis. Wie alle logische mogelijkheden wil uitsluiten op basis van relevante informatie alvorens berekend een stap te zetten in de wijde wereld, zal Oblomow doen transformeren in een toonbeeld van Alexandrijnse daadkracht. Wie met alles rekening wil houden, komt tot niets. De klassieke logica eist van haar deductie-apparaat dat het ons uitsluitend naar ware bestemmingen brengt vanuit waar veronderstelde vertrekpunten. In de alledaagse redeneerpraktijk zijn we echter dik tevreden, en moeten we dik tevreden zijn, met een apparaat dat ons voldoende vaak bij een ware bestemming aflevert. Niet alleen weten we in de regel te weinig om alle ware van alle onware premissen in onze redeneringen te scheiden, maar de meeste premissen die we in onze alledaagse of zelfs wetenschappelijke redeneringen gebruiken kennen we niet eens. Niemand weet wat hij allemaal stilzwijgend voor lief neemt.

Uit de Kunstmatige Intelligentie is bekend dat robotjes die deductieve redeneerfouten maken doordat ze inductieve sprongen uitvoeren, problemen verrassend snel oplossen. Ofschoon er, zoals eerder benadrukt, uitbreidingen van de klassieke logica bestaan in diverse richtingen om de klassiek-logische daadverlamming te voorkomen en recht te doen aan onze alledaagse redeneerpraktijk, kunnen we dan toch ook niet, ergens in onze alledaagse redeneerpraktijk, een snufje paraconsistentie gebruiken?

Sommige wijsgeren menen dat het geheel van beweringen dat een individu aanvaardt, altijd paraconsistent is. Volgens Graham Priest is dat soms zelfs rationeel, zoals in het geval van de Voorwoord-paradox: Priest gelooft in alle beweringen uit zijn boek *In Contradiction* omdat hij ze stuk voor stuk overtuigend heeft beargumenteerd (de beweringen waarvoor hij dat niet kon, heeft hij weggelaten), terwijl hij ook gelooft dat ieder dik filoso-

fisch boek altijd wel een onhoudbare conclusie bevat, zijn eigen boek niet uitgezonderd. Derhalve gelooft Priest *niet* in alle beweringen uit zijn boek. Hij geloof er wel en niet in en dat is volgens hem rationeel want hij heeft er goede redenen voor.

De mens als wandelend vat vol tegenspraken. Zal iemand het durven ontkennen? De vraag is echter wat de zin is van het in elkaar sleutelen van een ingewikkeld formeel systeem dat *alle* beweersinnen bevat die ergens in het hoofd van een enkel individu wonen. We zullen ons bewustzijn er vermoedelijk niet beter door begrijpen, en wat we ervan zouden kunnen leren, namelijk dat dit formele systeem paraconsistent is, dat wist Miguel de Unamuno al toen hij optekende: 'Als iemand zichzelf nooit tegenspreekt, komt dat doordat hij nooit iets zegt.'

Computers werken met formele systemen. *Deep Blue* van IBM kan schaken als de beste, maar vraag haar niet wat zij vindt van de vernietiging van het Nederlandse literatuuronderwijs door de politiek. Een zakjappanner kan rekenen als de beste, maar een sprookje begrijpen gaat zijn bevattingvermogen te boven. Voor formele systemen geldt het volgende: krachtiger naarmate beperkter en krachtelozer naarmate omvattender. De alledaagse redeneerpraktijk is vermoedelijk te gevarieerd en te complex om in een enkel formeel systeem te vatten dat voldoende eenvoudig en overzichtelijk is om enige klaarheid te brengen, laat staan dat het voldoende krachtig is om interessante stellingen mee te bewijzen.



Ongeveer 25 eeuwen lang is het verbod op tegenspraken onaantastbaar geweest. De paraconsistente logica lijkt daarom op een logische zondeval en een tegendraads feestje. Me dunkt, wie beweert daar niet van te kunnen genieten, neemt zichzelf in de maling. Het eten van verboden vruchten is extra smakelijk dankzij de zondigheid van de

daad. Edoch, vroeg of laat zijn alle grappige drankjes uitgeprobeerd, zitten de spieren vol melkzuur, wordt het weer licht, slaat de vermoeidheid onverbiddelijk toe. Dan is het feestje voorbij.

De volgende ochtend heeft het lichaam maatregelen getroffen om de gezondheid te waarborgen. Ontnuchterd stappen we uit bed, en terwijl de eerste zonnestralen de hemel verlichten, zingen we met schorre stem uit volle borst:

*Het Verbod gaat noooit verloren  
Knoop het in je oren  
Van achteren en van voren.*

*Het Verbod gaat noooit verloren  
Schrijf het op de ruiten  
Van binnen en van buiten.*

